

Visualizações e construções de sólidos geométricos no ensino médio

Angélica Bergamini Giostri¹

Sandra Aparecida Fraga da Silva²

Resumo: O presente artigo relata o desenvolvimento de uma atividade de construção de sólidos geométricos aplicada a 2º e 3º anos do ensino médio de uma escola pública parceira do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID). Neste artigo queremos analisar a importância de atividades que envolvam construções de protótipos de poliedros para desenvolver a visualização e construção de conceitos matemáticos destacando o valor do uso de material manipulável nas aulas de geometria espacial. Notamos que essa atividade contribuiu para uma melhor visualização dos sólidos geométricos e também para questionamentos e discussões sobre conceitos pelos alunos de ensino médio. Identificamos dificuldades semelhantes na realização da atividade e bastante envolvimento dos alunos.

Palavras-chave: visualização; sólidos geométricos; materiais manipulativos;

1. Introdução

O Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), do curso de licenciatura em matemática do Instituto Federal do Espírito Santo (IFES), financiado pela coordenação de aperfeiçoamento de pessoal de nível superior (CAPES), se propõe a intervir na melhoria da formação inicial dos licenciados em Matemática do Campus Vitória. Acreditamos que também seja possível intervir na formação continuada dos professores e profissionais envolvidos no ensino de matemática nas escolas nas quais o programa atua e, conseqüentemente, na melhoria do ensino e da aprendizagem da Matemática nessas escolas, atingindo assim os alunos dessas instituições.

Este artigo apresenta o desenvolvimento e reflexões sobre uma atividade de construção de sólidos geométricos junto ao Pibid em escola de ensino médio com alunos dos 2º e 3º anos. Essa atividade que foi trabalhada inicialmente em aulas de Geometria II na Licenciatura em Matemática do IFES Campus Vitória e numa oficina desenvolvida no Laboratório de Matemática pela professora Sandra. Neste artigo identificamos alguns questionamentos e ações desenvolvidas durante a aplicação da atividade e que levaram a discussões sobre vantagens e desvantagens em utilizar esse tipo de abordagem no ensino de geometria.

Muitos professores não valorizam as aulas de geometria o que prejudica o ensino desse conteúdo, acreditam ainda que a geometria possui rigor nas demonstrações e no entendimento de axiomas e postulados tornando o ensino da geometria distante do aluno da educação básica. Esse tipo de pensamento tem fundamento histórico que se repercutiu em livros didáticos. Percebemos isso quando

1 Licencianda em matemática e bolsista PIBID/ IFES/Matemática/ angelica_bergamini@hotmail.com

2 Doutora em Educação (Educação Matemática) e Professora do IFES, coordenadora de área do Pibid/Matemática/ sandrafraga7@gmail.com

III Jornada de Iniciação à Docência

Niven (1994) diz que “os postulados e axiomas proliferam como coelhos nos livros de geometria nas duas ou três últimas décadas”(NIVEN,1994, p. 49).

Observamos em diferentes situações que os alunos possuem dificuldades ao abordarem a geometria espacial. A maneira como esse conteúdo é abordado nos livros didáticos e nas aulas de matemática observadas não propicia a visualização dos objetos tridimensionais. Assim, os alunos acabam trabalhando a visualização de figuras em 3D no espaço bidimensional o que desfavorece a percepção do total e do real. O desenvolvimento de abordagens que tratem a visualização dos sólidos geométricos se faz necessário já que essa “visualização é um instrumento necessário na formação dos conceitos geométricos” (HERSHKOWITZ,1994a, p. 58).

2. Fundamentação teórica

A questão da visualização está presente em discussões sobre o ensino da geometria, no nosso caso a espacial. Para entender o conceito de visualização e sua importância para a aprendizagem de conceitos geométricos utilizamos Hershkowitz (1994a, p. 9) que afirma que a “visualização geralmente se refere à habilidade de representar, transformar, gerar, comunicar e refletir sobre informação visual”. Percebemos, portanto, a variedade de inferências no processo ensino aprendizagem que pode ser desenvolvido quando abordamos de maneira adequada a visualização. A mesma autora acrescenta ainda, que a visualização envolve tipos de processos mentais que são necessários na geometria e em outras áreas da matemática.

Destacamos o papel da visualização no desenvolvimento de conceitos geométricos, porém, Hershkowitz (1994b) explora a complexidade do trabalho com visualização e aponta que essa abordagem atua em duas direções que são opostas. A primeira diz que para formar a imagem de um conceito e de seus elementos utilizamos da visualização ou identificação de seus elementos. A segunda afirma que a limitação aos elementos visuais pode empobrecer a imagem conceitual. Portanto, necessitamos trabalhar de forma que os alunos tenham uma imagem mental dos objetos geométricos, que possam utilizar seus diferentes sentidos e conhecimentos para a construção das imagens mentais, sabendo que precisamos realizar diversas ações em momentos variados.

Quando tratamos da visualização do espaço tridimensional, percebemos que um trabalho adequado pode trazer ao aluno a oportunidade de usarem muitas das relações espaciais e de construir diferentes conceitos matemáticos. Para desenvolver essa habilidade de visualização Pohl (1994) aponta para a construção real de protótipos, segundo essa autora

A melhor maneira de aprender a visualizar o espaço tridimensional é construindo objetos que mostrem os conceitos espaciais. Construindo poliedros os alunos têm oportunidade de observar e usar muitas relações espaciais. Recursos visuais também estimulam o pensamento criativo (POHL, 1994, p. 178).

Destacamos dessa forma a importância de desenvolver atividades em que os alunos construam sólidos geométricos e que façam inferências sobre suas construções, propiciando uma visualização de protótipos que auxiliem na construção dos conceitos envolvidos. Esse trabalho requer reflexão do processo de ensino e aprendizagem e precisa ser analisado, pois

III Jornada de Iniciação à Docência

[...] a utilização de objetos manipulativos é uma abordagem diferenciada que instiga o aluno a trabalhar colaborativamente, mas que exige mudanças nas posturas de professores e alunos. Vale ressaltar que o professor não se pode restringir ao uso de objetos manipulativos, pois estes apresentam limites; mas, também, não deve deixar de utilizá-los, visto que eles auxiliam no desenvolvimento da intuição, da comparação, da formulação de hipóteses, da elaboração de estratégias e de sua análise, bem como na resolução propriamente dita [...] (GOMES; SANTOS; GASPARINI; ELOY, 2008, p.145)

Conforme já pontuamos a construção de sólidos geométricos contribui, pois com o auxílio do material manipulável o aluno pode visualizar objetos de ângulos que figuras do livro não proporcionam, além de manipular o objeto e investigar as diferentes maneiras de produzi-lo e de organiza-lo. Mas a ação do professor precisa ir além dessa construção.

Pensamos que a construção de sólidos geométricos contribui para aprendizagens sobre a constituição das formas tridimensionais, pois favorece discussões e questionamentos ao longo da realização da atividade. Concordamos com Kaleff (2003) quando afirma que

o questionamento que surge ao longo das construções permite ao aluno conjecturar sobre diversas situações geométricas relevantes para as conclusões finais a serem alcançadas. O constante questionamento sobre as características das estruturas das arestas construídas com o material concreto e sobre o que o aluno observa lhe proporciona a oportunidade de tomar consciência das diversas propriedades geométricas que se desejam enfatizar (KALEFF, 2003, p. 139).

Durante as construções os alunos são desafiados a resolverem problemas e buscarem alternativas para a solução do que estão produzindo. A utilização de diferentes construções favorece aprendizagens diversificadas, por exemplo, construir cascas de sólidos a partir de planificações de faces constitui um saber diferente da construção de esqueletos de sólidos utilizando varetas ou canudinhos.

3. Materiais e métodos

Nas turmas de 2º e 3º anos do ensino médio, algumas das propostas realizadas foram adaptadas a partir de atividades do livro do Bigode (2000) e de Kaleff e Rei (2004). Para a construção de esqueletos de sólidos utilizamos como materiais o fio de nylon junto com canudos de refrigerante, e palitos de dente com massinha de modelar. Quando realizamos as construções de cascas de sólidos recorremos ao papel cartão e elástico para dinheiro.

Para construção com canudos e fio de nylon, foi utilizado um pedaço de nylon suficientemente grande para poder passar por dentro dos canudos que constituíam as arestas do sólido em questão. Para formar as arestas de uma face era preciso passar o fio pelos canudos na quantidade de arestas necessárias para ter a face desejada. Os alunos precisavam pensar e criar estratégias para a construção das demais faces até formar os esqueletos de sólidos escolhidos.

Na construção com palitos de dente e massinha de modelar, o sólido formado era semelhante ao de canudos, porém a forma de construir era diferente, com a massinha de modelar preparava bolinhas, que ficariam no lugar dos vértices e depois encaixava os palitos nelas formando as arestas do sólido que desejasse.

III Jornada de Iniciação à Docência

Para construir as cascas dos sólidos com papel cartão e borracha para dinheiro, foi preciso apresentar a forma correta de trabalhar com o compasso para riscar quadrados, retângulos e triângulos no papel cartão somente com o auxílio de régua e compasso. Após desenhar e cortar as faces era necessário fazer um vinco cerca de um centímetro para dentro do recorte. Após essa etapa, recortava as pontas em formato de v e dobrava as partes vincadas para prender o elástico. Com o material pronto bastava unir as faces com a borracha para dinheiro.



Figura 1 – Papel cartão e modelo de poliedro pronto

4. Desenvolvimento

Conforme já citamos, a ideia de trabalharmos a construção de sólidos geométricos surgiu das aulas de geometria II lecionada pela coordenadora desse subprojeto de matemática Ensino fundamental Sandra Fraga e de uma oficina ministrada pela mesma no Laboratório de Matemática. Nas aulas e na oficina aprendemos a realizar construções com o material já mencionado.

Nas duas turmas dos 3º anos a atividade foi realizada com 60 alunos e teve como propósito introduzir o conteúdo de geometria espacial. Pelo fato de os alunos ainda não terem visto o conteúdo, houve algumas dificuldades no desenvolvimento da construção dos sólidos, principalmente quando trabalhamos com a nomenclatura dos sólidos e dos elementos que o constitui.

Com essas turmas a atividade foi realizada em dois dias, sendo no primeiro trabalhado as construções de esqueletos de sólidos com massinha de modelar e palito de dente e ainda canudo e fio de nylon e no segundo dia as construções de cascas de sólidos com papel cartão e borracha para dinheiro, em ambos os dias pedimos que se separassem em grupos de no máximo cinco alunos para facilitar o atendimento a todos. Com os canudos e fio de nylon fizemos a construção de um tetraedro para dar início à aula, ainda levamos outros modelos como icosaedro e prismas prontos para estimular os alunos a tentarem ir além do que havíamos proposto. Depois de fazer um tetraedro com canudo, deixamos livre para que tentasse em grupos construir esqueletos utilizando os materiais disponíveis. Percebemos que a maioria dos alunos preferiu fazer a construção com massinha de modelar e palito de dente, pois achavam que era a forma mais fácil de fazer a construção, porém depois de ver outras construções prontas acabaram se empolgando para também tentar com canudos e fio de nylon. Durante as construções surgiram alguns questionamentos sobre as arestas e vértices que ao longo da construção foram sendo sanadas. E esses questionamentos são muito importantes para o entendimento da geometria (KALEFF, 2003).

III Jornada de Iniciação à Docência

No dia da construção de cascas de sólidos deixamos uma aula só para essa atividade, ao anunciarmos que deveriam utilizar régua e compasso, os alunos ficaram receosos, pois não tinham noção de como se trabalhava com compasso, passamos em cada grupo mostrando como se media um quadrado e um triângulo no papel cartão utilizando somente as ferramentas que havíamos disponibilizado. Com essa atividade notamos que somente quem tinha um pouco de domínio com o compasso ficou mais motivado em fazer a atividade, porém ao percebermos isso mostramos que podiam ajudar na construção fazendo os outros passos da atividade, que era montar os sólidos. A partir daí a atividade ficou mais dinâmica e produtiva.

A escolha da sequência da atividade se deu por diferentes razões. Iniciamos com a construção de esqueletos, pois com essas figuras visualizamos somente vértices e arestas, como estávamos introduzindo a matéria era importante que fossem aprendendo aos poucos e assim somente em seguida apresentamos as cascas onde também podem ser observadas as faces dos sólidos.

Após algumas aulas realizamos uma avaliação diagnóstica para descobrirmos o que haviam achado da construção de sólidos. Tivemos alguns depoimentos de alunos diziam estar gostando da atividade, pois o professor trabalhava muito com o quadro. A avaliação era formada por três perguntas que seguem:

- 1) *O que você achou da atividade?*
- 2) *O que você aprendeu com a atividade?*
- 3) *Quais as dificuldades encontradas?*

Com a análise dessas perguntas podemos ressaltar que a maior dificuldade encontrada pelos alunos foi na hora de dar nome aos sólidos e perceber ainda que gostaram da atividade proposta a eles (GIOSTRI; FALQUETTO, SILVA, 2012). Não abordaremos a questão da avaliação neste artigo³.

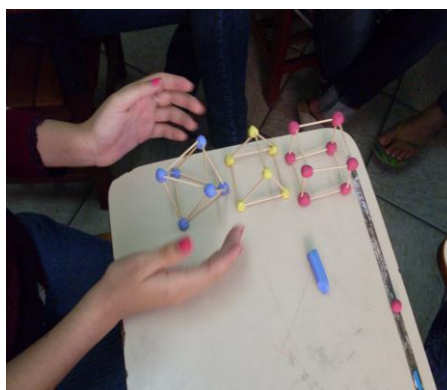


Figura 2 – Sólidos construídos pelos alunos

Nas três turmas dos 2º anos a atividade foi realizada com 50 alunos e nessas turmas o conteúdo de geometria já havia sido abordado, portanto a atividade foi proposta para reforçar a matéria e ajudar os alunos com as nomenclaturas dos sólidos geométricos. Nessa turma as dificuldades foram menores

³ Ver GIOSTRI; FALQUETTO; SILVA, 2012.

III Jornada de Iniciação à Docência

tendo em vista que já conheciam o conteúdo. Com essa turma não foi possível fazermos a avaliação após a oficina, mas fizemos algumas perguntas antes e durante o processo e percebemos que a maior parte da turma já conhecia alguns sólidos construídos.

Nessas turmas também foi dividido a atividade em 2 dias da mesma forma que com os 3º anos, não foi utilizado palito de dente e massinha de modelar, da mesma forma começamos pela construção de esqueletos com canudo e fio de nylon, em seguida apresentamos a construção das cascas de sólidos com papel cartão e borracha para dinheiro. Nessas turmas os alunos também tiveram dificuldades no manuseio da régua e compasso, mas com o nosso auxílio conseguiram completar as atividades. Como no primeiro dia só foi trabalhado canudo e fio de nylon, os alunos puderam ousar mais nas construções e duas alunas até arriscaram na construção de icosaedros. Já com o papel cartão e borracha para dinheiro, construíram apenas os que pedíamos.

Ao aplicar a atividade em ambos os grupos, apesar da diferença de procedimento notamos que as dificuldades encontradas foram semelhantes, porém nos 2º anos elas eram menos frequentes.

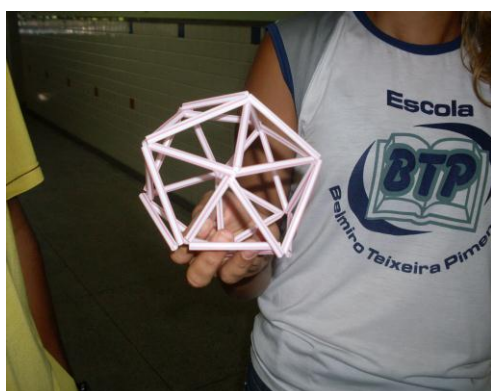


Figura 3 – Construções realizada pelos alunos

Nas aulas de geometria ministradas para o terceiro período da licenciatura em matemática o procedimento não foi diferente, com o objetivo de iniciar o conteúdo a professora trabalhou construções de sólidos e as dificuldades geradas no momento também foram em dar nome aos sólidos. Porém nessas aulas só foi construídos esqueletos utilizando palito de dente e massinha de modelar e canudo e fio de nylon, as cascas de sólidos só foram construídas na oficina, onde a maior dificuldade foi no manuseio da régua e compasso.

Em todos os grupos houve grande envolvimento dos alunos na atividade, deixando a aula mais dinâmica. Com a atividade pudemos mostrar aos alunos a questão das figuras rígidas, que possuem triângulos nas suas faces e figuras não rígidas, que possuem outros polígonos nas faces, pois já havíamos visto nas aulas de geometria na licenciatura.

A atividade mostrou-nos algumas dificuldades quanto ao material utilizado para a construção, pois ao construir os sólidos com palito de dente e massinha, não ficava rígido mesmo sendo uma figura que possui triângulos em suas faces, pois a massinha era mole ficando assim frágil. Com o papel cartão se não auxiliássemos na construção, a parte onde prende a borracha para dinheiro podia ficar muito pequena não sustentando a borracha, além de não dar para visualizar perfeitamente as arestas, por isso a união das duas aulas foram importantes para que conseguissem perceberem as arestas, vértices e faces de diferentes maneiras.

III Jornada de Iniciação à Docência

Com as construções utilizando canudo e nylon, é possível que o aluno visualize o sólido além da dimensão tridimensional, a dimensão bidimensional, o que já está mais habituado a ver, pois o material utilizado é flexível proporcionando uma melhor manipulação. Com o papel cartão o sólido pode ser desmontado levando o aluno a enxergar a planificação das faces dos sólidos geométricos.

Essas construções são protótipos e cada uma tem suas vantagens e desvantagens, que favorecem a visualização de arestas e vértices no caso dos esqueletos ou das faces nas cascas. Defendemos que é bom usar os diferentes modos para que os alunos possam aprender diferentes maneiras de verificar elementos que só são possíveis visualizar com o auxílio do material tridimensional, até mesmo com o uso de embalagens.

5. Conclusão

A construção de sólidos geométricos usando materiais alternativos objetivou despertar nos alunos, tanto licenciandos quanto estudantes de ensino médio uma melhor visualização dos sólidos geométricos no espaço tridimensional, bem como o aprendizado dos conceitos relacionados a esses sólidos.

Atividades alternativas como essa na licenciatura são atraentes e contribuem para nossa própria formação de conceitos geométricos que muitas vezes não foram bem trabalhados na educação básica. Ainda complementam o aprendizado dos futuros professores enriquecendo a formação inicial. Dessa forma, como futuros professores e bolsistas do PIBID, nós tivemos a oportunidade de levar nossos conhecimentos à escola parceira do projeto, essa iniciativa nos trouxe muitos benefícios, pois visualizamos como a atividade funcionou dentro do ensino médio.

Ter ciência do processo e de dificuldades pode favorecer o modo como proceder em sala de aula e a maneira de diagnosticar possíveis dúvidas dos alunos, além de que o professor pode formular perguntas relacionadas às dúvidas para os alunos a fim de buscar qual o conhecimento alcançado depois da atividade.

Com o material manipulável é possível na geometria espacial visualizar a dimensão tridimensional dos sólidos construídos, o que antes só conseguiam observar na dimensão bidimensional com figuras de livros didáticos e desenhos do quadro. É importante que o professor saiba unir as duas formas de apresentar ao aluno a geometria espacial, para uma melhor aprendizagem do conteúdo.

6. Agradecimentos

Agradecemos ao IFES, a CAPES, ao PIBID pela oportunidade de estar vivenciando uma sala de aula não como aluno mas como futuro professor. Agradeço a coordenadora do subprojeto por ter acreditado que faríamos a diferença, ao professor supervisor que nos acolheu na escola parceira, as colegas do PIBID que trabalharam para que desse certo. Agradeço a meu esposo pela paciência em me ouvir e dar sua opinião.



7. Referências

BIGODE, Antônio José Lopes. **Matemática** – Hoje é feita assim. Vol. 7. São Paulo: FTD, 2000.

KALEFF, Ana Maria; REI, Dulce M. Varetas, canudos, arestas e... sólidos geométricos. In: HELLMMEISTER, Ana Catarina P. [et al.] **Explorando o ensino da matemática: atividades volume 2**. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2004, p. 115-119.

KALEFF, Ana Maria, **Vendo e entendendo poliedros: do desenho ao cálculo do volume através de quebra-cabeças geométricos e outros materiais concretos**. 2ª edição. Niterói, RJ, EduFF, 2003.

GIOSTRI, Angélica B.; FALQUETTO, Jéssica M.; SILVA, Sandra A. F. da. Uma experiência do Pibid/Ifes com avaliação diagnóstica em matemática no ensino médio. In: II Semana da Matemática, III Seminário de Educação Matemática e Educação Tecnológica e IX Encontro Capixaba de Educação Matemática. **Anais...** Vitória, 2012.

GOMES, Adriana A. Molina; SANTOS, Aparecida dos; GASPARINI, Paulo Sérgio; ELOY, Thiago Augusto. Calculando áreas e perímetros: uma experiência (com)partilhada. In: ADAIR, Mendes Nacarato; GOMES, Adriana Ap. Molina; GRANDO, Regina Célia (orgs.). **Experiências com geometria na escola básica: narrativas de professores em (trans)formação**. São Carlos, SP, 2008, p. 133-147.

HERSHKOWITZ, Rina. Aspectos psicológicos da aprendizagem da geometria. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro: o grupo, n. 32, ano XVIII, p. 3-31, 1994a.

HERSHKOWITZ, Rina. Visualização em geometria – as duas faces da Moeda. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro: o grupo, n. 32, ano XVIII, p. 45-61, 1994b.

NIVEN, Ivan. A geometria pode sobreviver no currículo do curso secundário? In: LINDQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Albert P. **Aprendendo e ensinado geometria**. São Paulo, Atual, 1994, p.

POHL, Victoria. Visualizando o espaço tridimensional pela construção de poliedros. In: LINDQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Albert P. **Aprendendo e ensinado geometria**. São Paulo, Atual, 1994, p.